

## UČNI LIST – Odvod – 2

1) Izračunaj odvod sestavljene funkcije:

a)  $f(x) = \sin(x^3 - 5x^2 - 4)$

d)  $f(x) = \tan 4^x$

b)  $f(x) = \ln(x^2 + 3x - 7)$

e)  $f(x) = 3^{\cos x}$

c)  $f(x) = \cos \ln x$

f)  $f(x) = \ln \cos(7x^2 + 5x - 1)$

2) Poišči enačbo normale na funkcijo  $f(x) = \ln(2x - 5)$  v točki z absciso 3.

3) Napiši enačbo tangente na funkcijo  $f(x) = x^2 \cdot \ln(x + 3)$  v točki z absciso -2.

4) Izračunaj enačbo tangente in normale na funkcijo  $f(x) = x^3 \cdot \ln(4x + 5)$  v točki z absciso -1.

5) Poišči lokalne ekstreme polinoma:

a)  $p(x) = x^3 + 9x^2 + 24x + 17$

b)  $p(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 7$

c)  $p(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$

d)  $p(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 8$

e)  $p(x) = \frac{1}{6} \cdot (3x^4 + 4x^3 - 12x^2)$

6) Poišči lokalne ekstreme funkcije:

a)  $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{x + 3}$

c)  $f(x) = \frac{x^2 - 6x + 9}{x - 2}$

b)  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - x - 2}$

d)  $f(x) = \frac{4x^2 - 12x + 9}{8x + 3}$

7) Poišči lokalne ekstreme funkcije:

a)  $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 2}$

c)  $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 1}$

b)  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 5x + 4}$

d)  $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 2x - 8}$

8) Določi ekstrem funkcije  $f(x) = \ln(3x - x^2)$ .

9) Poišči ekstrem funkcije  $f(x) = e^{x^2 - 2x}$ .

10) Določi intervale naraščanja in padanja polinoma  $p(x) = x^3 + 3x^2$ .

11) Določi intervale naraščanja in padanja polinoma  $p(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$ .

12) Poišči lokalne ekstreme in določi interval konkavnosti polinoma  $p(x) = x^3 + 9x^2 + 24x + 16$ .

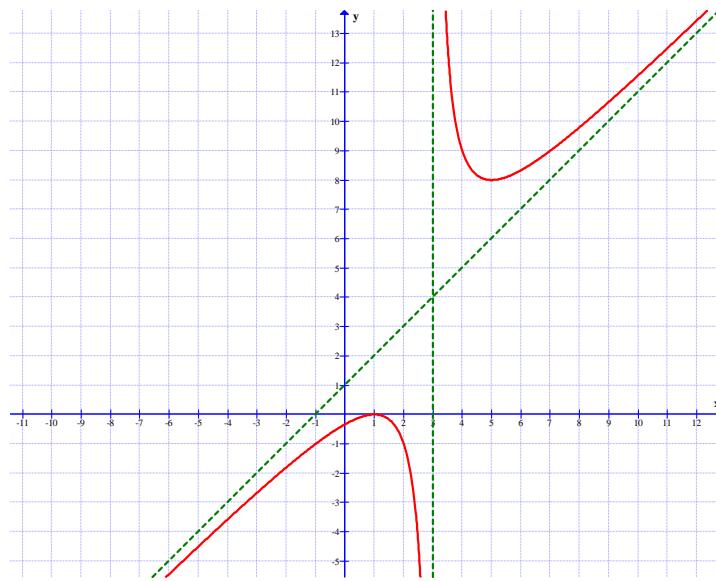
13) Poišči lokalne ekstreme in določi interval konveksnosti polinoma  $p(x) = x^3 - 14x^2 + 60x - 72$ .

- 14) Iz enega metra žice naredimo žični model kvadra s kvadratno osnovno ploskvijo. Določi dolžino stranic kvadra tako, da bo prostornina kvadra največja.
- 15) Kateri od vseh pokončnih krožnih valjev s površino plašča  $36\pi \text{ cm}^2$  ima največji obseg osnega preseka?
- 16) Analiziraj polinom  $p(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$  in nariši njegov graf.
- 17) Analiziraj polinom  $p(x) = x^3 + 4x^2 - 3x - 18$  in nariši njegov graf.
- 18) Analiziraj funkcijo  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 3}$  in nariši njen graf.
- 19) Analiziraj funkcijo  $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{-x + 1}$  in nariši njen graf.
- 20) Analiziraj funkcijo  $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - x - 6}$  in nariši njen graf.
- 21) Analiziraj funkcijo  $f(x) = \frac{4x^2 + 12x + 9}{4x - 6}$  in nariši njen graf.
- 22) Analiziraj funkcijo  $f(x) = \ln(-x^2 + 2x + 3)$  in nariši njen graf.
- 23) Analiziraj funkcijo  $f(x) = \cos^2 x + \cos x$  in nariši njen graf.
- 24) Izračunaj vrednost odvoda krivulje  $y^2 - x^2 y - 3x + 1 = 0$  v točki  $T(2,5)$ .
- 25) Določi točko na dani krivulji in poišči enačbo tangente na krivuljo v tej točki:
- $4x^2 + 2y^2 = 38$ ,  $A(x > 0, -1)$
  - $x^2 - y^2 - 4x + y - 10 = 0$ ,  $B(x < 0, 2)$
- 26) Določi točko z ordinato 1 na krivulji  $x^2 + 2xy - 3y^2 = 5$  in izračunaj enačbo tangente na krivuljo v tej točki.
- 27) Določi točko z absciso 2 in negativno ordinato na krivulji  $x^2 + y^2 - 6x + 7 = 0$  in izračunaj enačbo normale na krivuljo v tej točki.
- 28) Poišči presečišče krivulj  $x^2 + y^2 = 5$  in  $x^2 + 3y^2 = 7$  ter izračunaj presečni kot.
- 29) Izračunaj presečišče krivulj  $3x^2 - 5y^2 = 3$  in  $2x^2 + 3y^2 = 59$  ter določi presečni kot.
- 30) Oceni s pomočjo odvoda (na štiri decimalke):
- $\sqrt[3]{27,5} =$
  - $\sqrt[4]{16,5} =$
  - $\sin 32^\circ =$
  - $\cos 59^\circ =$

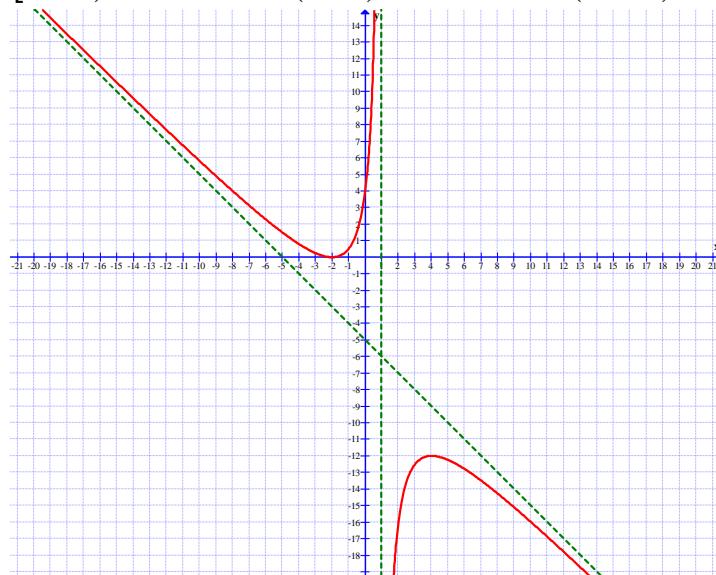
## REŠITVE UČNEGA LISTA – Odvod – 2

- 1) a)  $f'(x) = \cos(x^3 - 5x^2 - 4) \cdot (3x^2 - 10x)$
- b)  $f'(x) = \frac{2x+3}{x^2 + 3x - 7}$
- c)  $f'(x) = -\frac{\sin \ln x}{x}$
- d)  $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 4^x} \cdot 4^x \cdot \ln 4$
- e)  $f'(x) = 3^{\cos x} \cdot \ln 3 \cdot (-\sin x)$
- f)  $f'(x) = \frac{1}{\cos(7x^2 + 5x - 1)} \cdot (-\sin(7x^2 + 5x - 1)) \cdot (14x + 5)$
- 2)  $T(3,0)$ ,  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$
- 3)  $T(-2,0)$ ,  $y = 4x + 8$
- 4)  $T(-1,0)$ ,  $y = -4x - 4$ ,  $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$
- 5) a) Lok. min.  $T_1(-2, -3)$ , lok. maks.  $T_2(-4, 1)$   
 b) Lok. min.  $T_1(4, -73)$ , lok. maks.  $T_2(-2, 35)$   
 c) Lok. min.  $T_1(3, 0)$ , lok. maks.  $T_2(\frac{5}{3}, \frac{32}{27})$   
 d) Lok. min.  $T_1(\frac{2}{3}, -\frac{256}{27})$ , lok. maks.  $T_2(-2, 0)$   
 e) Lok. min.  $T_1(-2, -\frac{16}{3})$  in  $T_2(1, -\frac{5}{6})$ , lok. maks.  $T_3(0, 0)$
- 6) a) Lok. min.  $T_1(-2, 0)$ , lok. maks.  $T_2(-4, -4)$   
 b) Lok. min.  $T_1(5, \frac{8}{9})$ , lok. maks.  $T_2(1, 0)$   
 c) Lok. min.  $T_1(3, 0)$ , lok. maks.  $T_2(1, -4)$   
 d) Lok. min.  $T_1(\frac{3}{2}, 0)$ , lok. maks.  $T_2(-\frac{9}{4}, -\frac{15}{4})$
- 7) a) Lok. min.  $T_1(5, 12)$ , lok. maks.  $T_2(-1, 0)$   
 b) Lok. maks.  $T_1(\frac{5}{2}, \frac{1}{9})$   
 c) Lok. min.  $T_1(-2, 0)$ , lok. maks.  $T_2(-\frac{1}{2}, -3)$   
 d) Lok. maks.  $T_2(1, \frac{4}{9})$
- 8) Glob. maks.  $T_1(\frac{3}{2}, \ln \frac{9}{4})$
- 9) Glob. min.  $T_1(1, \frac{1}{e})$
- 10) Polinom narašča na intervalih  $(-\infty, -2)$  in  $(0, +\infty)$ , pada pa na  $(-2, 0)$ .

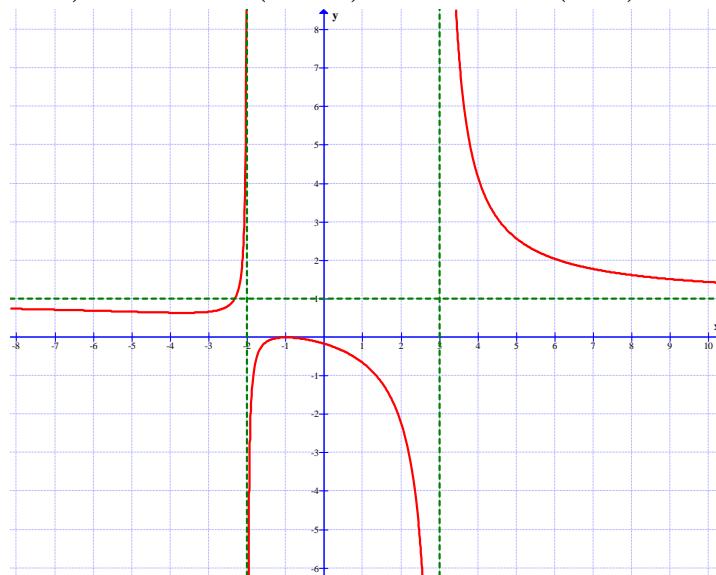
- 11) Polinom narašča na intervalih  $(-\infty, 1)$  in  $(3, +\infty)$ , pada pa na  $(1, 3)$ .
- 12) Lok. min.  $T_1(-4, 0)$ , lok. maks.  $T_2(-2, -4)$ , konkaven je na  $(-3, +\infty)$ .
- 13) Lok. min.  $T_1(6, 0)$ , lok. maks.  $T_2\left(\frac{10}{3}, \frac{256}{27}\right)$ , konveksen je na  $(-\infty, \frac{14}{3})$ .
- 14)  $a = v = \frac{1}{12} m$  (Ta kvader je kocka!)
- 15)  $r = 3 \text{ cm}$ ,  $o_{op} = 36 \text{ cm}$
- 16)  $N$ :  $x_{1,2} = 1$ ,  $x_3 = 2$ ; lok. min.  $T_1\left(\frac{5}{3}, -\frac{4}{27}\right)$ , lok. maks.  $T_2(1, 0)$ ;  $D_f = Z_f = (-\infty, +\infty)$
- 
- 17)  $N$ :  $x_{1,2} = -3$ ,  $x_3 = 2$ ; lok. min.  $T_1\left(\frac{1}{3}, -\frac{500}{27}\right)$ , lok. maks.  $T_2(-3, 0)$ ;  $D_f = Z_f = (-\infty, +\infty)$
- 
- 18)  $N$ :  $x_{1,2} = 1$ ;  $P$ :  $x = 3$ ;  $D_f = (-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$ ;  $Ak$ :  $y = x + 1$ ;  $P_{Ak} : \emptyset$ ;  $Z_f = (-\infty, 0] \cup [8, +\infty)$   
Lok. min.  $T_1(5, 8)$ , lok. maks.  $T_2(1, 0)$



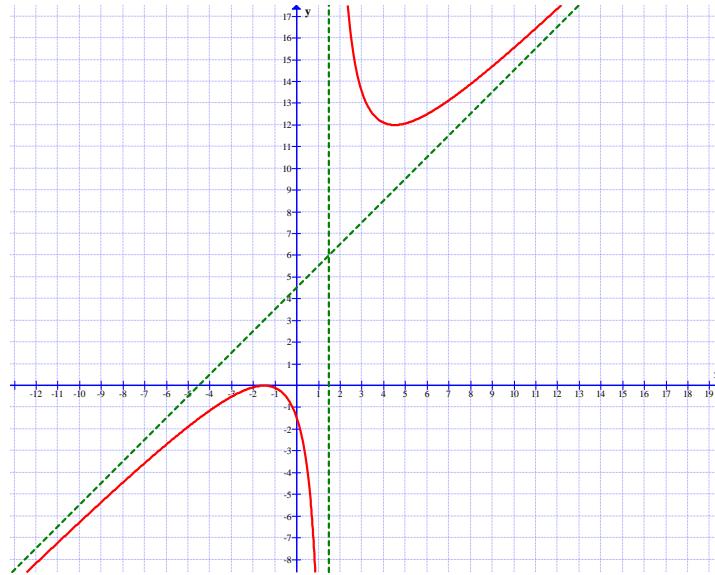
- 19)  $N: x_{1,2} = -2; P: x = 1; D_f = (-\infty, 1) \cup (1, +\infty); Ak: y = -x - 5; P_{Ak}: \emptyset$   
 $Z_f = (-\infty, -12] \cup [0, +\infty); \text{ lok. min. } T_1(-2, 0), \text{ lok. maks. } T_2(4, -12)$



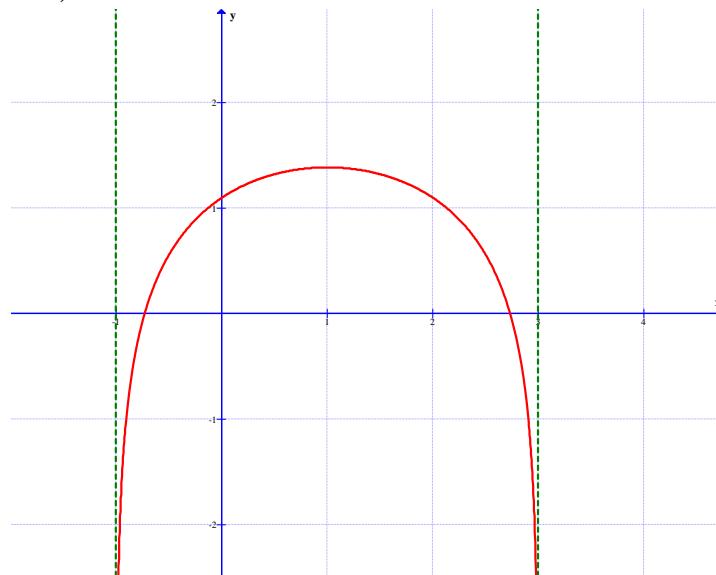
- 20)  $N: x_{1,2} = -1; P: x_1 = -2, x_2 = 3; D_f = (-\infty, -2) \cup (-2, 3) \cup (3, +\infty); Ak: y = 1; P_{Ak}: x = -\frac{7}{3}$   
 $Z_f = (-\infty, 0] \cup [\frac{16}{25}, +\infty); \text{ lok. min. } T_1(-\frac{11}{3}, \frac{16}{25}), \text{ lok. maks. } T_2(-1, 0)$



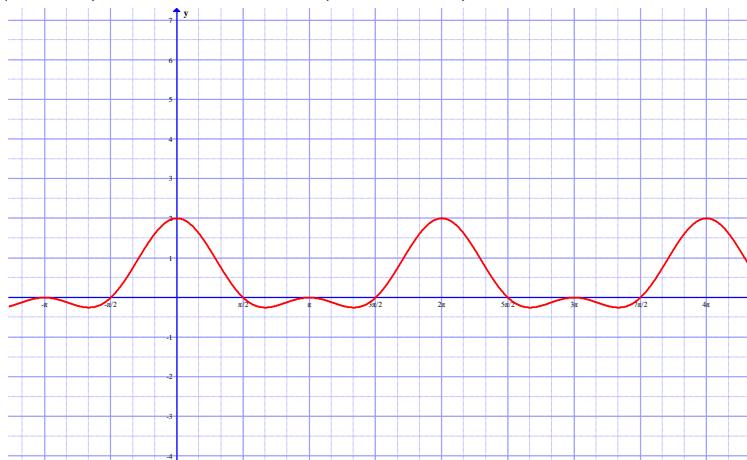
- 21)  $N: x_{1,2} = -\frac{3}{2}$ ;  $P: x = \frac{3}{2}$ ;  $D_f = (-\infty, \frac{3}{2}) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$ ;  $Ak: y = x + \frac{9}{2}$ ;  $P_{Ak}: \emptyset$   
 $Z_f = (-\infty, 0] \cup [12, +\infty)$ ; Lok. min.  $T_1(\frac{9}{2}, 12)$ , lok. maks.  $T_2(-\frac{3}{2}, 0)$



- 22)  $N: x_1 = 1 - \sqrt{3}, x_2 = 1 + \sqrt{3}$ ;  $P: x_1 = -1, x_2 = 3$ ;  $D_f = (-1, 3)$ ;  $Z_f = (-\infty, \ln 4)$   
Glob. maks.  $T_1(1, \ln 4)$



- 23)  $N: x_1 = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, x_2 = \pi + 2k\pi$ ;  $D_f = (-\infty, +\infty)$ ;  $Z_f = [-\frac{1}{4}, 2)$   
Glob. min.  $T_1(\frac{2\pi}{3} + 2k\pi, -\frac{1}{4})$  in  $T_2(\frac{4\pi}{3} + 2k\pi, -\frac{1}{4})$   
Glob. maks.  $T_3(2k\pi, 2)$  in lok. maks.  $T_4(\pi + 2k\pi, 0)$



$$24) \quad y' = \frac{23}{6}$$

$$25) \quad \text{a)} \quad A(3, -1), \quad y = 6x - 19$$

$$\text{b)} \quad B(-2, 2), \quad y = -\frac{8}{3}x - \frac{10}{3}$$

$$26) \quad T_1(2, 1), \quad y = 3x - 5; \quad T_2(-4, 1), \quad y = -\frac{3}{7}x - \frac{5}{7}$$

$$27) \quad T(2, -1), \quad y = x - 3$$

$$28) \quad P(\pm 2, \pm 1), \quad \varphi = 29^\circ 45'$$

$$29) \quad P(\pm 4, \pm 3), \quad \varphi = 80^\circ 18'$$

$$30) \quad \text{a)} \quad 3,0185$$

$$\text{b)} \quad 2,0156$$

$$\text{c)} \quad 0,5302$$

$$\text{d)} \quad 0,5151$$