

UČNI LIST – Geometrijska zaporedja

- 1) Zapiši prvih pet členov geometrijskega zaporedja, če je:
 - a) $a_1 = 1, q = 3$
 - b) $a_1 = -8, q = \frac{3}{2}$
- 2) Določi geometrijsko zaporedje, če poznaš:
 - a) $q = 2, a_{11} = 3072$
 - b) $a_2 = 972, a_6 = 192$
 - c) $a_3 = 32, a_5 = 8$
 - d) $a_2 = 486, a_7 = 64$
 - e) $a_1 = 48, a_5 = 243$
 - f) $q = -2, s_5 = 55$
- 3) Določi geometrijsko zaporedje in poišči zahtevano vsoto, če poznaš:
 - a) $a_2 = 216, a_5 = 64; s_5 = ?$
 - b) $a_1 = 2, a_8 = 4374; s_8 = ?$
 - c) $q = 2, a_8 = 8; s_{10} = ?$
 - d) $a_2 = -6, a_5 = 48; s_{15} = ?$
 - e) $a_1 = 5, a_3 = 45; s_{10} = ?$
 - f) $a_1 = 3, a_6 = 96; s_{12} = ?$
- 4) Določi geometrijsko zaporedje in poišči zahtevano vsoto, če poznaš:
 - a) $a_1 = 3, a_5 = 48; s_{10} = ?$
 - b) $q = 3, a_7 = 9; s_8 = ?$
 - c) $a_3 = 18, a_8 = 4374; s_{11} = ?$
 - d) $a_2 = 96, a_4 = 216; s_7 = ?$
 - e) $a_2 = 324, a_6 = 64; s_6 = ?$
 - f) $a_3 = 72, a_5 = 162; s_{10} = ?$
- 5) Zapiši splošni člen geometrijskega zaporedja:
 - a) $a_2 = 3, a_3 \cdot a_4 = 243$
 - b) $a_3 = 8, a_4 + a_5 = 48$
 - c) $a_1 \cdot a_3 = 144, a_4 - a_2 = 15$
- 6) V geometrijskem zaporedju $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \dots$ izračunaj količnik in deseti člen.
- 7) Četrty člen GZ je 54, enajsti pa 118098. Kolikšen je peti člen tega zaporedja?
- 8) Kateri člen GZ s prvim členom 3 in količnikom 7 je enak 352947?
- 9) V geometrijskem zaporedju s kvocientom 3 je četrty člen 54. Koliko členov moramo sešteti, da dobimo vsoto 242?
- 10) Med 64 in 729 vrini pet števil tako, da dobiš geometrijsko zaporedje. Zapiši člene zaporedja.
- 11) Med števili 48 in 243 vrini tri števila tako, da nastane geometrijsko zaporedje. Zapiši količnik in vrinjena števila.

- 12) Tretji člen geometrijskega zaporedja je $\frac{1}{2}$, deseti člen pa $\frac{27 \cdot \sqrt{3}}{2}$. Določi količnik in prvi člen.
- 13) Prvi člen geometrijskega zaporedja je 1. Zapišite količnik in zadnji člen zaporedja, če je vsota prvih štirih členov tega zaporedja 40.
- 14) V geometrijskem zaporedju s količnikom 2 je peti člen 16. Koliko členov je treba sešteti, da dobimo vsoto 255?
- 15) Med števili 3 in 1536 vrini 8 števil tako, da nastane končno geometrijsko zaporedje. Kolikšna je vsota vrinjenih členov?
- 16) Koliko je vseh naravnih števil, večjih od 1 in manjših od 1 000 000, ki so potence števila 3? Zapišite splošni člen zaporedja.
- 17) Seštej:
- a) $1 + 2 + 4 + \dots + 2048 =$ c) $1536 + 768 + 384 + \dots + 3 =$
b) $4 + 12 + 36 + \dots + 2916 =$ d) $3 + 3\sqrt{2} + 6 + \dots + 96 =$
- 18) Rešitev enačbe $4^x \cdot \sqrt{2^{x-12}} = \sqrt{2^x}$ je prvi člen geometrijskega zaporedja z vsoto prvih treh členov 21. Določi to zaporedje.
- 19) Reši enačbo $-2 + 8 - 32 + \dots + x = 26214$
- 20) Določi x tako, da bodo števila $2x+1$, $-3x$, $4x-4$ sestavljala tročleno geometrijsko zaporedje.
- 21) Določi x tako, da bo zaporedje s prvimi tremi členi $x-5$, $x-1$, $2x+4$ geometrijsko.
- 22) Določi x tako, da bodo števila $x-1$, $3x-5$, $2x+2$ sestavljala tročleno geometrijsko zaporedje.
- 23) Izračunaj, za katera realna števila x so vrednosti danih izrazov zaporedni členi geometrijskega zaporedja.
- a) $1, x, \frac{1}{9}$
b) $x+1, 2x+2, 6x-2$
c) $4^x, 0,25, 8^{x+2}$
d) $\sqrt{x}-1, \sqrt{x}-2, \sqrt{x}+1$
e) $\frac{1}{x+2}, \frac{1}{x-2}, \frac{1}{x-4}$
- 24) Število izdelanih vijakov v podjetju narašča kot geometrijsko zaporedje. Leta 2009 so naredili 150 ton, leta 2011 pa že 300 ton vijakov. Koliko vijakov so izdelali v letu 2012?
- 25) Matic je v banki položil 1000 evrov. Banka denar obrestuje obrestno po obrestni meri 4% z letnim pripisom obresti. Koliko denarja bo imel Matic čez 5 let?
- 26) Prvi trije členi zaporedja so: $x-2, x, 3x$, pri čemer je $x \neq 0$.
- a) Izračunajte x , da bo zaporedje geometrijsko, in člene zapišite.
b) Izračunajte x , da bo zaporedje aritmetično, in člene zapišite.
c) Za $x=3$ izračunajte vsoto prvih desetih členov ustreznega geom. zaporedja.

- 27) Prva dva člena zaporedja sta 3 in 6.
- Določite naslednja dva člena tako, da bo zaporedje aritmetično. Kateri člen tega zaporedja ima vrednost 105? Izračunajte vsoto prvih 50 členov tega zaporedja.
 - Določite naslednja dva člena tako, da bo zaporedje geometrijsko. Kateri člen tega zaporedja ima vrednost 24576? Izračunajte vsoto prvih 20 členov tega zaporedja.
 - Števili 3 in 6 sta prva člena neskončnega zaporedja s splošnim členom $a_n = 3n$, $n \in \mathbb{N}$. Ali je to zaporedje padajoče ali naraščajoče? Ali je zaporedje omejeno? Odgovor pojasnite.
- 28) Izrazi $a = 2^x$, $b = 2^{3x-1}$, $c = 2^{2x+4}$ so trije členi zaporedja.
- Za $x = 1$ sta a in b prva dva člena aritmetičnega zaporedja. Kateri zaporedni člen v tem zaporedju je c ?
 - Določite x tako, da bodo a , b in c prvi trije členi geometrijskega zaporedja.
 - Z računom potrdite, da je $ac = 32b$.
- 29) Strokovnjaki ocenjujejo, da je površina ledu na Severnem tečaju pozimi okoli 1600 milijonov kvadratnih metrov. Spomladi se začne površina ledu počasi manjšati za približno 10 % površine na teden. Ugotovi površino ledu v sedmem tednu. Za koliko odstotkov je površina ledu v šestem manjša od površine v četrtem tednu?
- 30) V novi elektrarni so leta 2008 proizvedli 20 milijonov Wh energije. Proizvodni načrt predvideva, da bodo proizvodnjo vsako leto povečevali za 10 %.
- Koliko bodo proizvedli leta 2012?
 - Kolikšna bo skupna proizvodnja energije v prvih osmih letih delovanja?
- 31) V akumulacijskem jezeru nove hidroelektrarne je bilo leta 2009 15 milijonov m^3 vode. Strokovnjaki načrtujejo, da se bo količina vode v jezeru v prihodnje vsako leto povečevala za 10 %.
- Koliko vode bo v jezeru leta 2014?
 - Kolikšna je skupna količina vode v jezeru v prvih sedmih letih polnjenja?
 - Za koliko odstotkov bo količina vode leta 2014 večja od količine v letu 2010?
- 32) Koliko obresti prinese glavnica 600 € v 2 letih pri 6% obrestni meri, letnem pripisu obresti z
- navadnim obrestovanjem?
 - obrestnim obrestovanjem?
- 33) Izračunaj, koliko privarčujemo v šestih letih pri obrestni meri 3,82 %, če na banko vložimo 4820 evrov.
- 34) Pred tremi leti smo kupili avtomobil, ki ga danes prodajamo za 12800 evrov. Kolikšna je bila nabavna cena, če je vozilo vsako leto izgubilo 8 % vrednosti?
- 35) V banko, ki ima 5 % letne obresti in letni pripis obresti, smo vložili 2000 evrov. Koliko bomo imeli čez pet let pri obrestnem obrestovanju, če v tem času ne bomo nič dvignili ali položili?
- 36) Janez se je odločil varčevati. Na bančnem računu je položil 2000 evrov. Letna obrestna mera je 2% in obrestovanje obrestno.
- Koliko denarja bo imel Janez po dveh letih?
 - Koliko denarja bo imel skupaj po sedmih letih, če po dveh letih položi še 1000 evrov?
 - Kolikšna bi morala biti obrestna mera, da bi se začetna vloga podvojila v 10 letih?
- 37) Žogo spustimo z višine petindvajset metrov in jo pustimo, da se odbija od tal (navpično navzgor). Pri vsakem odboju žoga izgubi petino višine. Izračunaj skupno pot žoge, dokler le-ta ne obmiruje.

- 38) Drugi, šesti in osemnajsti člen aritmetičnega zaporedja z diferenco 2 so prvi trije členi geometrijskega zaporedja. Določi obe zaporedji.
- 39) Če v tročlenem aritmetičnem zaporedju z diferenco 4 drugi člen zmanjšamo za 1, tretjega pa povečamo za 1, dobimo geometrijsko zaporedje. Določi obe zaporedji.
- 40) Če v aritmetičnem zaporedju s prvim členom 4 drugi in tretji člen zmanjšamo za 1, dobimo tročleno geometrijsko zaporedje. Določi obe zaporedji.
- 41) Če v tročlenem aritmetičnem zaporedju s prvim členom 3 drugi člen zmanjšamo za 2, tretjega pa povečamo za 8, dobimo tročleno geometrijsko zaporedje. Določi obe zaporedji.
- 42) Izračunaj vsoto prvih šestih členov geometrijskega zaporedja, če je $a_2 = 162$ in $a_5 = -48$.
Kolikšna je vsota geometrijske vrste z enakima prvim členom in količnikom?
- 43) Seštej geometrijsko vrsto:
- $64 + 48 + 36 + 27 + \dots =$
 - $125 + 75 + 45 + 27 + \dots =$
 - $324 + 216 + 144 + 96 + \dots =$
- 44) Reši enačbo:
- $x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots = \frac{2}{3}$
 - $x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + \dots = \frac{4}{15}$
- 45) Na kocko z robom a postavimo drugo kocko, ki ima oglišča v razpoloviščih robov zgornje ploskve prve kocke. Isti postopek nadaljujemo v neskončnost. Kolikšna je vsota prostornin vseh tako položenih kock?
- 46) V pravilni večkotnik včrtamo krog, nato v krog včrtamo šestkotnik, v tega spet včrtamo krog itn. Izračunaj razmerje ploščin vseh šestkotnikov proti ploščinam vseh krogov.

REŠITVE UČNEGA LISTA – Geometrijsko zaporedje

- 1) a) 1, 3, 9, 27, 81
b) $-12, -18, -27, -40,5$
- 2) a) $a_1 = 3$
b) $a_1 = 1458, q_1 = \frac{2}{3}; a_1 = -1458, q_2 = -\frac{2}{3}$
c) $a_1 = 128, q_1 = \frac{1}{2}; a_1 = 128, q_2 = -\frac{1}{2}$
d) $a_1 = 729, q = \frac{2}{3}$
e) $q_1 = \frac{3}{2}, q_2 = -\frac{3}{2}$
f) $a_1 = 5$
- 3) a) $a_1 = 324, q = \frac{2}{3}, s_5 = 844$
b) $q = 3, s_8 = 6560$
c) $a_1 = \frac{1}{16}, s_{10} = 63\frac{15}{16}$
d) $a_1 = 3, q = -2, s_{15} = 32769$
e) $q_1 = 3, s_{10} = 147620; q_2 = -3, s_{10} = -73810$
f) $q = 2, s_{12} = 12285$
- 4) a) $q_1 = 2, s_{10} = 3069; q_2 = -2, s_{10} = -1023$
b) $a_1 = \frac{1}{81}, s_8 = 40\frac{40}{81}$
c) $a_1 = 2, q = 3, s_{11} = 177146$
d) $a_1 = 64, q_1 = \frac{3}{2}, s_7 = 2059; a_1 = -64, q_2 = -\frac{3}{2}, s_7 = -463$
e) $a_1 = 486, q_1 = \frac{2}{3}, s_6 = 1330; a_1 = -486, q_2 = -\frac{2}{3}, s_6 = -266$
f) $a_1 = 32, q_1 = \frac{3}{2}, s_{10} = 3626,5625; a_1 = 32, q_2 = -\frac{3}{2}, s_{10} = -725,3125$
- 5) a) $a_n = 3^{n-1}$
b) $a_n = 2 \cdot 2^{n-1}$ in $a_n = \frac{8}{9} \cdot (-3)^{n-1}$
c) $a_n = 8 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$ in $a_n = -8 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{n-1}$
- 6) $q = \frac{3}{4}, a_{10} = \frac{3^8}{2^{17}}$
- 7) $a_5 = 162$
- 8) Sedmi člen!
- 9) $a_1 = 2, s_5 = 242$
- 10) 96, 144, 216, 324, 486, 729 ($q = \frac{3}{2}$)
- 11) $q = \frac{3}{2}, 72, 108, 162$
- 12) $q = \sqrt{3}, a_1 = \frac{1}{16}$

- 13) $q=3, a_4=27$
- 14) Osem členov.
- 15) $S=1530$
- 16) $a_n=3^n$. Takih števil je 12.
- 17) a) $S_{12}=4095$
 b) $S_7=4372$
 c) $S_{10}=3069$
 d) $S_{11}=189+93\sqrt{2}$
- 18) $x=a_1=3; q_1=2, q_2=-3$
- 19) $x=32768$
- 20) $x=-2$ ($a_1=-3, q=-2$)
- 21) $x_1=7$ ($a_1=2, q=3$), $x_2=-3$ ($a_1=-8, q=\frac{1}{2}$)
- 22) $x_1=3$ ($a_1=2, q=2$), $x_2=\frac{9}{7}$ ($a_1=\frac{2}{7}, q=-4$)
- 23) a) $x=\frac{1}{3}$ ali $x=-\frac{1}{3}$
 b) $x=3$
 c) $x=-2$
 d) $x=\frac{25}{16}$
 e) $x=6$
- 24) Leta 2012 so naredili že 424,26 ton žebeljev ($q=\sqrt{2}$).
- 25) Matic bo imel čez 5 let 1216,65 evra.
- 26) a) $x_1=0$ (ne ustreza) in $x_2=3$, členi zaporedja so: 1, 3, 9
 b) $x=1$, členi zaporedja -1, 1, 3
 c) $s_{10}=29524$
- 27) a) Naslednja člena sta 9 in 12. Vrednost 105 ima 35. člen zaporedja, $S_{50}=3825$.
 b) Naslednja člena sta 12 in 24. Vrednost 24576 ima 14. člen zaporedja, $S_{20}=3145725$.
 c) Zaporedje je naraščajoče in ni omejeno.
- 28) a) c je 32. člen zaporedja!
 b) $x=2$
- 29) Površina ledu v sedmem tednu bo 850305600 m^2 . Za 19 %!
- 30) a) 29282000 Wh
 b) 228717762 Wh

- 31) a) 24157650 m^3
 b) 142307565 m^3
 c) Za 46,41 %!
- 32) a) 72 evrov
 b) 74,16 evrov
- 33) $G_6 = 6035,78 \text{ €}$
- 34) 16437,91 €
- 35) Imel bo 2552,56 evra.
- 36) a) Janez bo imel 2080,80 evrov.
 b) Čez sedem let bo imel 3401,45 evrov.
 c) Obrestna mera je približno 7,2%.
- 37) $s = s_{\downarrow} + s_{\uparrow} = 125 \text{ m} + 100 \text{ m} = 225 \text{ m}$
- 38) AZ: 2, 4, 6,...; GZ: 4, 12, 36,...
- 39) AZ: 3, 7, 11,...; GZ: 3, 6, 12,...
- 40) I: AZ: 4, 7, 10,...; GZ: 4, 6, 9,...
 II: AZ: 4, 3, 2,...; GZ: 4, 2, 1,...
- 41) I: AZ: 3, 11, 19,...; GZ: 3, 9, 27,...
 II: AZ: 3, -1, -5,...; GZ: 3, -3, 3,...
- 42) $a_1 = -243$, $q = -\frac{2}{3}$, $s_6 = -133$; $s = -145,8$
- 43) a) 256
 b) 312,5
 c) 972
- 44) a) $x = \frac{2}{5}$
 b) $x_1 = -\frac{2}{3}$, $x_2 = \frac{2}{5}$
- 45) $q = \frac{\sqrt{2}}{4}$, $V = \frac{2^{2(4+\sqrt{2})}}{7} \cdot a^3$
- 46) $\frac{p_1}{p_2} = \frac{6\sqrt{3}a^2}{3\pi a^2} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi}$ ($q_1 = q_2 = \frac{3}{4}$)