

UČNI LIST – Kompleksna števila

1) Izračunaj:

a) $(3+2i) \cdot (-4-3i) - (2-4i) \cdot (-1+2i) =$

c) $(2+i) \cdot (1-3i) + (\sqrt{3}+2i) \cdot (\sqrt{3}-2i) =$

b) $(1+2i) \cdot (3+i) - i^{31} \cdot (2+3i)^2 =$

d) $(5-\sqrt{6}i) \cdot (5+\sqrt{6}i) + (-2-3i) \cdot (-2+3i) =$

2) Izračunaj:

a) $(2-5i) \cdot (4+3i) - (1+4i)^2 =$

c) $(5+3i)^2 - i^{123} \cdot (8-11i) - (2+7i) \cdot (4-5i) =$

b) $(4+i)^2 - i^{98} \cdot (9+5i) - (3+5i) \cdot (11+3i) =$

d) $(3-7i) \cdot (8+5i) - (9-2i)^2 + i^{246} \cdot (6-15i) =$

3) Izračunaj:

a) $i^{17} \cdot (2+4i) - i^{31} \cdot (-3-2i) + i^{15} \cdot (5+3i) =$

c) $(2+3i)^3 - i^{35} \cdot (1-3i)^2 =$

b) $(2+i) \cdot (3-8i) \cdot (4-5i) - (4+7i)^2 - i^{387} =$

d) $(4+i)^3 - i^{87} \cdot (7-2i) \cdot (7+2i) =$

4) Izračunaj:

a) $(3+2i)^4 - i^{138} \cdot (4+7i) \cdot (4-7i) =$

c) $(-2+i)^4 + (\sqrt{5}+2i) \cdot (\sqrt{5}-2i) + i^{23} =$

b) $(1+3i)^2 + (1+i)^4 - (1+2i)^4 =$

d) $(2+i)^4 - (1-2i)^2 + (\sqrt{2}-i) \cdot (\sqrt{2}+i) =$

5) a) Izračunaj $(\alpha - \beta)^2$, $\overline{\alpha \cdot \beta}$ in $|\alpha + \beta|$, če je $\alpha = 5 - 3i$ in $\beta = -2 + 7i$.

b) Izračunaj $(\gamma + \delta)^2$, $\overline{\gamma \cdot \delta}$ in $|3\gamma + \delta|$, če je $\gamma = 6 - 5i$ in $\delta = -3 + 7i$.

6) Dano je kompleksno število $z = 3 - 2i$. Določi kompleksno število $\varepsilon = (z+i)^2 + \sqrt{-81} \cdot i^{150}$, nato pa poišči še temu številu konjugirano število in njegovo absolutno vrednost.

7) Dano je kompleksno število $z = 1 + 6i$. Določi kompleksno število $\varphi = (z-i)^2 + \sqrt{-9} \cdot i^{250}$, nato pa poišči še temu številu konjugirano število in njegovo absolutno vrednost.

8) Določi kompleksno število z tako, da bo veljalo: $z \cdot \bar{z} + 3z = 32 + 6i$.

9) Določi kompleksno število z tako, da bo veljalo: $z \cdot \bar{z} - 4\bar{z} = 6 + 12i$.

10) Reši sistem enačb:

a)
$$\begin{aligned} 2z + w &= 8 - 12i \\ z + 3w &= 14 - i \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 3z - w &= -9 + 8i \\ 2z + 5w &= 11 + 11i \end{aligned}$$

11) Določi x in y tako, da bo veljalo:

a) $x \cdot (-4+i) + y \cdot (1+6i) = -10 + 15i$

b) $x \cdot (2+3i) + y \cdot (4-7i) = 12 - 47i$

12) Izračunaj:

a) $\frac{9+19i}{5+3i} =$

c) $\frac{20+29i}{4-i} =$

b) $\frac{55-51i}{3-7i} =$

d) $\frac{-9-23i}{1-3i} =$

13) Dano je kompleksno število $z = 2 - 3i$. Izračunaj vrednost izraza $\frac{z+z^2}{z+2 \cdot z}$.

14) Izračunaj $\bar{z}$ in z^{-1} , če je $z = -1 + 2i$.

15) Izračunaj:

a) $\frac{26-7i}{2-5i} + i^{47} \cdot (5-2i)^2 =$

b) $\frac{14-12i}{3+i} + (5+2i)^2 + i^{246} \cdot (4-7i) =$

c) $\frac{4-18i}{3-i} + i^{278} \cdot (1+2i)^2 =$

d) $i^{347} \cdot (3-2i)^2 - \frac{34+31i}{5+2i} =$

16) Izračunaj:

a) $\frac{5+3i}{3-5i} - \frac{-7+22i}{4+5i} =$

b) $\frac{23-7i}{1-4i} - 27 \cdot i^{275} + (1+2i)^3 =$

c) $\frac{14-8i}{2-3i} + i^{975} \cdot (5-2i) - (3-4i)^2 =$

d) $(4-2i)^2 - \frac{11-13i}{3+i} =$

17) Izračunaj:

a) $\frac{24-31i}{2-5i} - i^{567} \cdot (5-3i)^2 =$

b) $i^{731} \cdot (4-8i) - \frac{17-33i}{7+2i} =$

c) $(4+i)^3 - \frac{45+7i}{6+5i} =$

d) $\frac{41-i}{3+7i} - i^{735} \cdot (4-9i) =$

18) Izračunaj:

a) $\frac{21-i}{3-5i} - i^{275} \cdot (5-2i) =$

b) $\frac{10-5i}{3-4i} - (1+2i)^3 =$

c) $(2+3i) \cdot (5-7i) - \frac{4-3i}{2+i} - 13 \cdot i^{27} =$

d) $\frac{10}{2-i} - i^{100} + (2-3i)^3 - (\sqrt{5}-2i) \cdot (\sqrt{5}+2i) =$

19) Izračunaj:

a) $\frac{16-11i}{2-5i} + (2-i)^4 - 32 \cdot i^{567} =$

b) $\frac{7+4i}{1+2i} + i^{531} \cdot (2+i)^3 =$

c) $(5-2i)^2 - i^{47} \cdot (\sqrt{3}+i) \cdot (\sqrt{3}-i) + \frac{9-7i}{2-3i} =$

d) $\frac{-9+19i}{3+5i} - i^{87} \cdot (7-2i) \cdot (7+2i) + (4+i)^3 =$

e) $(3+2i)^3 - \frac{26-7i}{3+4i} + i^{99} \cdot (5+3i) \cdot (5-3i) =$

f) $(1-i)^5 - i^{99} \cdot (8-2i) + \frac{26+2i}{3-5i} =$

20) Nariši v kompleksni ravnini množico vseh kompleksnih števil, za katere velja:

a) $-2 < \operatorname{Re}(z) \leq 5, -1 \leq \operatorname{Im}(z) < 4$

c) $-4 < \operatorname{Re}(z) \leq \frac{7}{2}, 3 \leq \operatorname{Im}(z)$

b) $-3 \leq \operatorname{Re}(z), 2 < \operatorname{Im}(z) \leq 5$

d) $5 \leq \operatorname{Re}(z), \operatorname{Im}(z) < -\frac{3}{2}$

21) Nariši v kompleksni ravnini množico vseh kompleksnih števil, za katere velja:

a) $\frac{3}{2} < |z| \leq 5$

c) $3 \leq |z| < 6, -\frac{7}{2} < \operatorname{Re}(z) \leq 6, \operatorname{Im}(z) \leq 5$

b) $1 < |z| \leq 4, -\frac{1}{2} \leq \operatorname{Re}(z) < \frac{7}{2}, -3 < \operatorname{Im}(z) \leq \frac{7}{2}$

d) $4 < |z|, -\frac{5}{2} \leq \operatorname{Re}(z), -\frac{11}{4} \leq \operatorname{Im}(z) < \frac{19}{4}$

22) Reši kvadratno enačbo:

a) $3x^2 + 10x - 8 = 0$

b) $x^2 - 10x + 29 = 0$

23) Poišči vse ničle polinoma $p(x) = 3x^4 + x^3 - 3x^2 + 17x + 6$.

24) Določi preostali ničli polinoma $p(x) = 3x^3 - 4x^2 + 26x + 20$, če poznaš ničlo $x_1 = 1 + 3i$.

25) Poišči polinom iskane stopnje z danimi ničlami, če gre njegov graf skozi zapisano točko:

a) tretja st., $x_1 = 3, x_2 = 2 + i, A(1, 4)$

c) četrta st., $x_{1,2} = 2, x_3 = 1 - 2i, C(1, 8)$

b) tretja st., $x_1 = -2, x_2 = -4 + 2i, B(-3, 10)$

d) četrta st., $x_1 = 1 + i, x_2 = 1 - \sqrt{5}i, D(1, 10)$

REŠITVE UČNEGA LISTA – Kompleksna števila

- 1) a) $-12-25i$
b) $-11+2i$
c) $12-5i$
d) 44
- 2) a) $38-22i$
b) $6-51i$
c) $-16+20i$
d) $-24+10i$
- 3) a) $1-6i$
b) $24-177i$
c) $-40+i$
d) $52+100i$
- 4) a) $-54+120i$
b) $-5+30i$
c) $2-25i$
d) $-7+20i$
- 5) a) $-51-140i, 11-41i, 5$
b) $5+12i, 17-57i, 17$
- 6) $\varepsilon = 8-15i, \bar{\varepsilon} = 8+15i, |\varepsilon| = 17$
- 7) $\varphi = -24+7i, \bar{\varphi} = -24-7i, |\varphi| = 25$
- 8) $z_1 = 4+2i, z_2 = -7+2i$
- 9) $z_1 = 1+3i, z_2 = 1-3i$
- 10) a) $z = 2-7i, w = 4+2i$
b) $z = -2+3i, w = 3+i$
- 11) a) $x = 3, y = 2$
b) $x = -4, y = 5$
- 12) a) $3+2i$
b) $9+4i$
c) $3+8i$
d) $6-5i$
- 13) $-\frac{7}{5}-\frac{9}{5}i$
- 14) $\bar{z} = -1-2i, z^{-1} = -\frac{1}{5}-\frac{2}{5}i$

- 15) a) $-17-17i$
b) $20+22i$
c) $6-9i$
d) $-20-8i$

- 16) a) $-2-2i$
b) $-8+30i$
c) $9+21i$
d) $10-11i$

- 17) a) $37+18i$
b) $-9+i$
c) $47+50i$
d) $11-i$

- 18) a) $4+8i$
b) $13+3i$
c) $30+16i$
d) $-52-7i$

- 19) a) $-4+10i$
b) $14-4i$
c) $24-15i$
d) $54+103i$
e) $-11+17i$
f) $16i$

20) Grafi!

21) Grafi!

- 22) a) $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = -4$
b) $x_1 = 5+2i, x_2 = 5-2i$

23) $x_1 = -2, x_2 = -\frac{1}{3}, x_3 = 1-\sqrt{2}i, x_4 = 1+\sqrt{2}i$

24) $x_2 = 1-3i, x_3 = -\frac{2}{3}$

- 25) a) $p(x) = -x^3 + 7x^2 - 17x + 15$
b) $p(x) = -2x^3 - 20x^2 - 72x - 80$
c) $p(x) = 2x^4 - 12x^3 + 34x^2 - 56x + 40$
d) $p(x) = 2x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 24$